

# マジックナンバー “9”

城戸 勇人・小野 優

## 要約

That number was  $n$  and a natural number, replace each digit of  $n$  numbers  $m$ . ( $m > n$ )  
Each digit of the difference between  $m$ , from  $n$  plus. So far was able to  $L$ .  $L$  digits numbers and happy.  
Repeat this process, 1  
Continue until the digits. Then, the 1-digit number would always 9.

《和訳》

ある自然数を  $n$  とし,  $n$  の各桁の数字を入れ替えてできた数字を  $m$  とする。 ( $m > n$ )  
 $n$  から  $m$  を引いた差の各桁の和を  $L$  とする。  $L$  の各桁の数字を足していく。  
この作業を繰り返し, 1桁になるまで続ける。すると, その1桁の数は必ず9になる。

## 1. 序論

私たちは, 以前から数字の不思議さに興味をもっていた。

数字を調べていく中で, 1冊の本(ゆかいなパドックス① 著者マーチン・ガードナー)に出会った。そしてその本の中の「マジックナンバー9」に興味を持ち, 研究しようと思った。

内容は, 自分の生年月日を8桁並べる。

例) 1994年6月4日 → 19940604...①  
次に, ①の数字を並べ替えてもとの数より小さい数を作り, それの差を出す。

例) 19940604 → 14996004...②

①-② をして 4944600...③

そして, ③の数字の各桁の数を足してゆき1桁になるまで繰り返す。

4944600 → 4+9+4+4+6+0+0 = 27  
2+7 = 9

この時, 出てくる数は必ず9である。

私たちは, なぜ9が出てくるのか証明を試みた。

## 2. 本論

序論は桁数が多いため, ここでは3桁の場合で証明する。

3桁の数を  $100a + 10b + c$  ( $a > b > c$ ) とする。

もとの数より小さい数は,

$100b + 10a + c$  /  $100b + 10c + a$

$100c + 10a + b$  /  $100c + 10b + a$  /  $100a + 10c + b$

この5通りである。

例えば,  $100b + 10a + c$  のとき,

$a > b$  だから, 大きい方から小さい方を引くと,

$$100a + 10b + c$$

$$-) \underline{100b + 10a + c}$$

$$90a - 90b$$

$$90a - 90b = 90(a - b)$$

$a > b$  より,  $(a - b) > 0$  である。

90は9の倍数なので,  $90(a - b)$  は9の倍数である。

また,

$$100a + 10b + c$$

$$-) \underline{100b + 10c + a}$$

$$99a - 90b - 9c$$

$$= 9(11a - 10b - c)$$

$a > b > c$  より,

$$(11a - 10b - c) > 0$$

$$100a + 10b + c$$

$$-) \underline{100c + 10a + b}$$

$$90a + 9b - 99c$$

$$= 9(10a + b - 11c)$$

$a > b > c$  より,

$$(10a + b - 11c) > 0$$

よって, どちらも9の倍数になる よって, 9の倍数になる。

そして、

$$\begin{array}{r} 100a + 10b + c \\ -) 100c + 10b + a \\ \hline 99a - 99c \\ = 99(a - c) \end{array} \quad \begin{array}{r} 100a + 10b + c \\ -) 100a + 10c + b \\ \hline 9b - 9c \\ = 9(b - c) \end{array}$$

$a > c$  より、

$$(a - c) > 0$$

$b > c$  より、

$$(b - c) > 0$$

よって、9の倍数になる。

このことから、どの場合でも9の倍数になると言える。

次に、引いた差の各位を足していくと9になるので、

$$100a + 10b + c = 9d \quad (d \text{ は自然数})$$

$$(99a + a) + (9b + b) + c = 9d$$

$$99a + 9b + (a + b + c) = 9d$$

$$(a + b + c) = 9d - 99a - 9b$$

$$= 9(d - 11a - b)$$

よって、 $(a + b + c)$  は9の倍数となる。

ゆえに、各位を足したものは9の倍数になり、これを繰り返せば9になる。

また、最初に証明したものの他に「九去法」(※1)というものを利用して証明できる。

(※1) 「九去法」

数字の各位を足していき一桁にした数字 (数字根) (※2) はその数字を9で割ったあまりに等しくなるという検算方法の一種である。

(※2) 「数字根」

例) 48689 のとき

各位を足したものが数字根なので、

$$4 + 8 + 6 + 8 + 9 = 35$$

$$3 + 5 = 8$$

よって、48689の数字根は8となる。

—————九去法を用いての証明—————

ある自然数を  $m$  とし、その数字を入れ替えてできた数字を  $n$  とする。 ( $m > n$ )

$m$  の数字根を  $X$  とし、 $n$  の数字根を  $Y$  とすると  $m$  と  $n$  は各桁の数字を入れ替えただけなので、 $m$  と  $n$  の数字根は等しい。 ( $X = Y$ )

よって、 $X$  と  $Y$  の差は0になる。

九去法とは9で割った余りに等しい数なので、0は9で割って余りが0の数、つまり、9の倍数を意味することが分かる。

そして、9の倍数の数字根は9になるので、序論でやったマジックが成立する。

### 3. 結論

この結果、2通りの方法で9になることを証明できた。また、加法・減法・乗法・除法すべての計算で九去法が成り立つこともできた。

A, 加法

例)  $3846 + 1502 = 5348$

(左辺の数字根)

$$3 + 8 + 4 + 6 = 21 \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

$$1 + 5 + 0 + 2 = 8$$

これを計算して、

$$3 + 8 = 11 \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

(右辺の数字根)

$$5 + 3 + 4 + 8 = 20 \Rightarrow 2 + 0 = 2$$

よって、加法は成立する。

B, 減法

例)  $5682 - 2512 = 3170$

(左辺の数字根)

$$5 + 6 + 8 + 2 = 21 \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

$$2 + 5 + 1 + 2 = 10 \Rightarrow 1 + 0 = 1$$

$$3 - 1 = 2$$

(右辺の数字根)

$$3 + 1 + 7 + 0 = 11 \Rightarrow 1 + 1 = 2$$

よって、減法は成立する。

C, 乗法

例)  $3564 \times 1354 = 4825656$

(左辺の数字根)

$$3 + 5 + 6 + 4 = 18 \Rightarrow 1 + 8 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 4 = 13 \Rightarrow 1 + 3 = 4$$

$$9 \times 4 = 36 \Rightarrow 3 + 6 = 9$$

( 右辺の数字根 )

$$4 + 8 + 2 + 5 + 6 + 5 + 6 = 36 \Rightarrow 3 + 6 = 9$$

よって乗法は成立する。

D, 除法

①商に余りがでないとき

$$\text{例) } 9999 \div 1111 = 9 \Leftrightarrow 1111 \times 9 = 9999$$

この時乗法が成り立つので成立する。

②商に余りがあるとき

$$\text{例) } 9357 \div 2358 = 3 \cdots 2283$$

$$\Leftrightarrow 2358 \times 3 + 2283 = 9357$$

$$\text{各数字の数字根は } 9 \times 3 + 6 = 6$$

$$\text{( 左辺の数字根 ) } 27 + 6 = 33 \quad 3 + 3 = 6$$

よって左辺と右辺の数字根は等しいので成立する。

#### 4. 感想・今後の展開

この取り組みを通して、9はとても不思議な数字と思った。九去法という新しい検算方法も調べることができて数学の新しい知識が増えたと思う。

今後の展開として、今回は10進法をもとに考えた結果9になった。では、9進法、8進法など、10進法以外のn進法では、同様の手順で考えればn進法のnから1引いた数が得られるのかということを研究したい。

#### 5. 謝辞

今回の研究、論文を制作するにあたって数学ゼミ担当教員の山下先生、実藤先生とTAである佐藤先生には多大にご協力いただきました。感謝を申し上げます。本当にありがとうございました。