

# 確率 in ギャンブル

小山 智紀

## 要約

今回私はギャンブルの確率について探究した。ギャンブルの確率の計算をするにあたってどのように進めればよいかやどのように導き出せばよいかなど自分の考えだけでは及ばないところなどを数学ゼミ担当の実藤先生や山下先生やTAの佐藤先生の助けを借りつつ、何度も場合分けを繰り返すことによって確率を導き出すことができた。途中、計算が長いだけでなく、場合分けも多くなってしまっていて複雑になってしまっていて、一見遠回りになってしまったものの、最終的にはうまくまとめることができた。確率というものは起こりうる事象を全体の事象で割ればでてくるものである。最終的には7つ程度の確率の式を、全て足すことによって自分が求めたい確率を導き出すことができた。本当に大変ではあったのだが、一つ一つ解けていく嬉しさやその確率への興味が研究する力となった。ここでは何回目に一回あたるかを導き出している。

## 1. 序論

私が今回ギャンブルの確率を調べようと思ったきっかけは、トランプのポーカーの存在である。昔、私はポーカーの確率を求めたことがあるが、その確率に吃驚した。さらに、他の確率を調べることによって今後の試験等に活かせるのではないかと考えたのも一つの要素である。本論文では、ブラックジャックでさまざまな場合分けを繰り返し、最終的に出た事象を使って確率を求めた。

2) 9, 2, 10

3) 8, 3, 10

4) 7, 4, 10

5) 6, 5, 10

この4通りはいずれも3枚同時にとっても差し支えない。

∴このときの確率は

$$4 \times 4 \times 16 \times 4 / {}_{52}C_3 = 1024 / 22100$$

## 2. 本論

最初の2枚を引く全事象は  ${}_{52}C_2 = 1,326$  通りである。ブラックジャックが完成する場合はAと10点の札を1枚ずつ取り出すので、その確率は  $(4 \times 16) / 1,326 = 32 / 663$  およそ20.7回に1度の割合である。

(iii) 「10」を1枚も使わない場合

6) 11 9 1 ...B

7) 11 8 2 ...C

8) 11 7 3 ...C

9) 11 6 4 ...C

10) 11 5 5 ...B

11) 9 9 3 ...B

12) 9 8 4 ...C

13) 9 7 5 ...C

14) 9 6 6 ...B

15) 8 8 5 ...B

16) 8 7 6 ...C

17) 7 7 7 ...D

全てにおいて、3枚同時にとっても差し支えない。

Bの場合は  ${}_4C_2 \times 4 = 24$  (計120)

Cの場合は  $4^3 = 64$  (計384)

### 1 三枚目で21になる確率

(i) 「10」を2枚使う場合

1) 1, 10, 10

最初の2枚で10点を2枚引き、その後Aを引く。

確率は  $({}_{16}C_2 / {}_{52}C_2) \times (4/50) = 480 / 22100$

(ii) 「10」をちょうど1枚使う場合

Dの場合は ${}_4C_3=4$

よって、10を含まず、3枚目に合計が21になる確率は $508/22100$

以上を合計すると、3回目ではじめて、ちょうど21になる確率は

$2012/22100=503/5525$ となり、およそ11回に1度となります。

「3回以内」では、ブラックジャックの確率がさらに加わることになり、  
確率は $2309/16575$  (およそ8.3回に1度の割合)となります。

## 2 四枚目で21になる確率

(i) 「10」を1枚は必ず使う場合

10を一枚使うので、残りの三つの和が11となればよいことが分かる。

残りの三つについて考えていく。

- |           |           |
|-----------|-----------|
| ① 9, 1, 1 | ② 8, 2, 1 |
| ③ 7, 3, 1 | ④ 7, 2, 2 |
| ⑤ 6, 4, 1 | ⑥ 6, 3, 2 |
| ⑦ 5, 5, 1 | ⑧ 5, 4, 2 |
| ⑨ 5, 3, 3 | ⑩ 4, 4, 3 |

これから 3枚同時にとっても差し支えない。

②, ③, ⑤, ⑥, ⑧はすべて違う数字より

$$(16 \times 4 \times 4 \times 4) \times 5 = 5120 \text{ となる。}$$

また、①, ④, ⑦, ⑨, ⑩は二つが同じ数字となっているので

$$(16 \times 4 \times {}_4C_2) \times 5 = 1920 \text{ となる。}$$

∴(i)の確率は、 $7040/52C_4$  となる。

(ii) 「10」を使わず、「9」を必ず使うとき

(i)と同様にして考えると、残りの三つの和が12になればよいのが分かる。

残りの三つは

- |           |           |
|-----------|-----------|
| ① 9, 2, 1 | ② 8, 3, 1 |
| ③ 8, 2, 2 | ④ 7, 4, 1 |

⑤ 7, 3, 2      ⑥ 6, 5, 1

⑦ 6, 4, 2      ⑧ 6, 3, 3

⑨ 5, 5, 2      ⑩ 5, 4, 3

⑪ 4, 4, 4

これから 3枚同時にとっても差し支えない。

①, ②, ④, ⑤, ⑥, ⑦, ⑩はすべて違う数なので

$$(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 7 = 1792 \text{ となる。}$$

③, ⑧, ⑨は2つが同じ数なので

$$(4 \times 4 \times {}_4C_2) \times 3 = 288 \text{ となる。}$$

⑪は3つが同じ数なので

$$(4 \times {}_4C_3) = 16$$

∴(ii)の確率は $2096/52C_4$  となる。

(iii) 「10」と「9」を使わず、「8」を必ず使う場合

同様にして考えると、残りの三つの和が13になればよいことが分かる。

残りの三つは、

- |           |           |
|-----------|-----------|
| ① 8, 4, 1 | ② 8, 3, 2 |
| ③ 7, 5, 1 | ④ 7, 4, 2 |
| ⑤ 7, 3, 3 | ⑥ 6, 6, 1 |
| ⑦ 6, 5, 2 | ⑧ 6, 4, 3 |
| ⑨ 5, 5, 3 | ⑩ 5, 4, 4 |

これから 3枚同時にとっても差し支えない。

①, ②, ③, ④, ⑦, ⑧はすべて違う数なので

$$(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 6 = 1536$$

⑤, ⑥, ⑨, ⑩は2つ同じ数

$$(4 \times 4 \times {}_4C_2) \times 4 = 384$$

∴(iii)の確率は $1920/52C_4$  となる。

(iv) 「10」と「9」と「8」を使わずに、「7」を必ず使う場合

同様にして考えると、残りの三つの和が14となればよいことが分かる。

残りの三つは

- |           |           |
|-----------|-----------|
| ① 7, 6, 1 | ② 7, 5, 2 |
|-----------|-----------|

- ③ 7, 4, 3      ④ 6, 6, 2  
 ⑤ 6, 5, 3      ⑥ 6, 4, 4  
 ⑦ 5, 5, 4

これから 3枚同時にとっても差し支えない。

① ② ③ ⑤はすべて違う数なので

$(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 4 = 1024$  となる。

④ ⑥ ⑦は2つ同じ数なので

$(4 \times 4 \times {}_4C_2) \times 3 = 288$  となる。

∴(iv)の確率は  $1312/{}_{52}C_4$  となる。

(v) 「10」と「9」と「8」と「7」を使わずに、  
 「6」を必ず使う場合

同様にして考えると、残りの三つの和が15となればよいことが分かる。

残り三つは

① 6, 6, 3      ② 6, 5, 4

③ 5, 5, 5

これから3枚同時にとっても差し支えない。

①:  $4 \times 4 \times {}_4C_2 = 96$  となる。

②:  $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$  となる。

③:  $4 \times {}_4C_3 = 16$  となる。

∴(v)の確率は  $368/{}_{52}C_4$  となる。

(vi) Aを必ず使う場合

同様にして考えると、残りの三つの和が10になればよいことがわかる。

残り三つは

① 8, 1, 1      ② 7, 2, 1

③ 6, 3, 1      ④ 6, 2, 2

⑤ 5, 4, 1      ⑥ 5, 3, 2

⑦ 4, 4, 2      ⑧ 4, 3, 3

これから 3枚同時にとっても差し支えない。

①, ④, ⑦, ⑧は2つ同じ数なので

$(4 \times 4 \times {}_4C_2) \times 4 = 384$  となる。

②, ③, ⑤, ⑥はすべて異なる数なので

$(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times 4 = 1024$  となる。

∴(vi)の確率は  $1408/{}_{52}C_4$  となる。

以下のものは存在しないので計算はここまで。

よって4枚目に21になる確率は

$7040/{}_{52}C_4 + 2096/{}_{52}C_4 + 1920/{}_{52}C_4 + 1312/{}_{52}C_4 +$

$368/{}_{52}C_4 + 1408/{}_{52}C_4 = 14144/{}_{52}C_4$  となる

つまり、 $14144/270725$  である。

これは、19回に1回の割合で当たる。

### 3. 結論

この結果、ゲームの確率は求めることができた。ただし、今回導き出したこの確率は当たる確率だけを求めたものなので期待値を出したのではないので、正確にこれが一番いいということは、求められていないので求めてみたいと思った。

### 4. 感想・反省

今回、このギャンブルの確率を求めることができた。実際、この研究は大変なことが多く、計算が長いので、大変だった。しかし、それが一つ一つ解けていく度に、発見する喜びが生まれ、改めて数学の面白さに気づくことができた。

反省としては、面倒な計算ばかり続けていたので、もっと簡単に、そして、シンプルに解ける方法を見つけようと改めて実感した。

### 5. 謝辞

今回の研究、論文を制作するにあたって数学ゼミ担当教員の実藤先生とTAである佐藤先生、には多大にご協力いただきました。感謝を申し上げます。本当にありがとうございました。