ナイトツアー

福本　隼也　杭田　裕也　福重 海
指導教員　岩本　康隆　田中　誠

要約

私たちは，ナイトツアーという問題について研究しました。私たちの目的は N×N マスのチェスボードにおいてナイトツアーが可能であるかを調べることである。そこで私たちは偶数マス，奇数マスに分けて考えた。

偶数マスでさらに閉路を持つ場合について私たちはナイトツアーの解を発見した。
それは N×N マスの閉路の持つチェスボードを 4 つ用意し，2N×2N マスのチェスボードにするものである。しかし，その解には問題が存在した。

Abstract

We researched Knight's tours. We tried to find a way that the knight visits every square exactly once on a N×N chessboard (N: arbitrary numbers). We considered separately the cases where n is an even number or an odd number. In the case where n is an even number, we thought we constructed a 2N×2N closed tour joining closed tours on four N×N chessboards. However, the solution had a problem.

キーワード

ナイトツアー　騎士周遊問題　チェス　 一筆書き　桂馬拾い　正方形　閉路

Keywords

knight's tour　chess　one touch drowing　 square　closed circuit

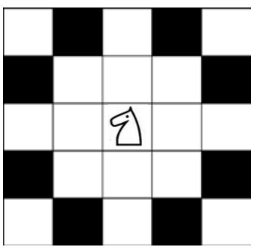
1, 序論

定義

N×N のマス目がある方眼紙において任意の点から出発し，チェスのナイトの動きをしながらすべてのマスを一回ずつ通ることができることを N×N にナイトツアーするという。

補足 1
チェスのナイトの動きとは図 1 のように中央にコマがあるときには黒色のマスに動くことができる。

図 1



以降，説明のために以下のようにナイトツアーしたものの経路を数字に表していく。

3	10	21	16	5
20	15	4	11	22
9	2	25	6	17
14	19	8	23	12
1	24	13	18	7

5×5 の場合

定理

N×N （N；奇数）のマスにおいてナイトツアーで全てのマスを通ることができない出発点が存在する。

証明

図 2 において N×N （N；奇数）のマスであるなら，必ず白のマスが 1 つすくない。

また，ナイトは黒の点から始まれば次は白の点に，白の点から始まれば次は黒の点にと白→黒→白→黒‥‥と繰り返す。

以上の性質より，N が奇数である N×N のマスでは少ない方のマスから出発するとマスが足りなくなりナイトツアーができない。

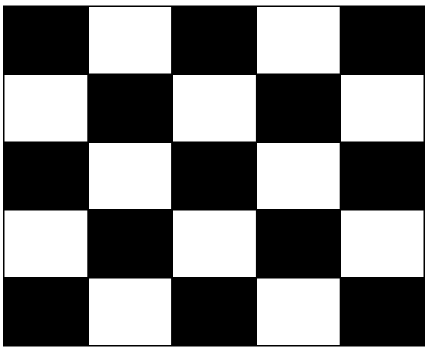


図 2

定義

閉路とはすべてのマスを通ったあとに，最初に通ったマスにいくことができること。

定理

N×N のマスでのナイトツアーにおいて閉路が存在すれば任意の点から全てのマスを一回ずつ通ることができる。

証明

もし閉路が存在すれば 1→2→3→・・・→N²→1→2→・・・となる。2 から出発すると 2→3→4→・・・N²→1 となる。同様にしてどの数字からでも可能である。具体例を示す。

1	26	5	16	3	28
12	15	2	27	6	17
25	36	13	4	29	32
14	11	22	31	18	7
35	24	9	20	33	30
10	21	34	23	8	19

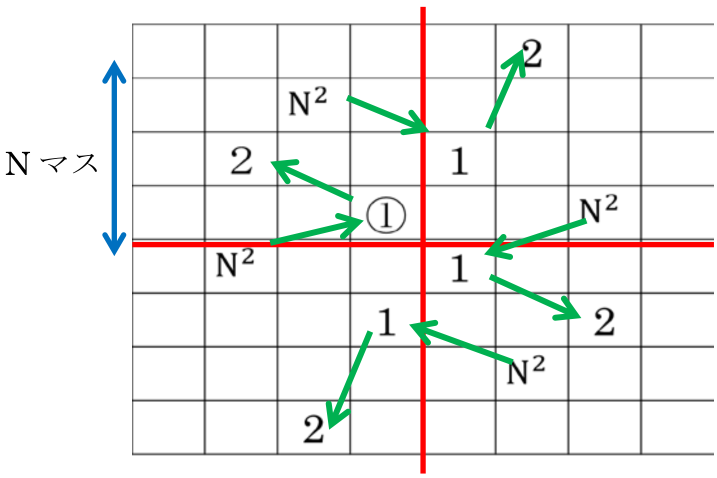
6×6 のナイトツアーの具体例

最後にナイトツアーにおける限定的な解の求め方を紹介する。

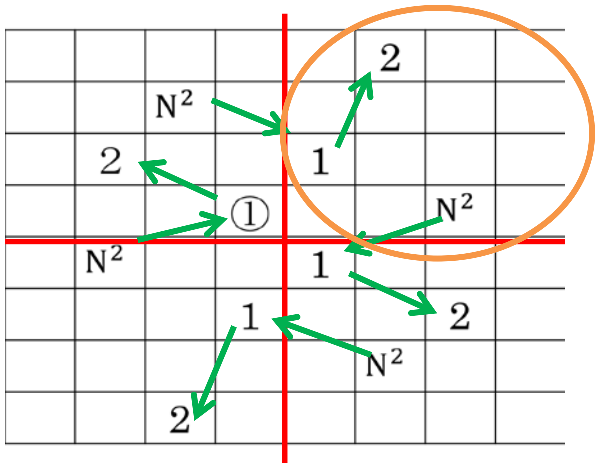
・ナイトツアーの限定的な解の求め方

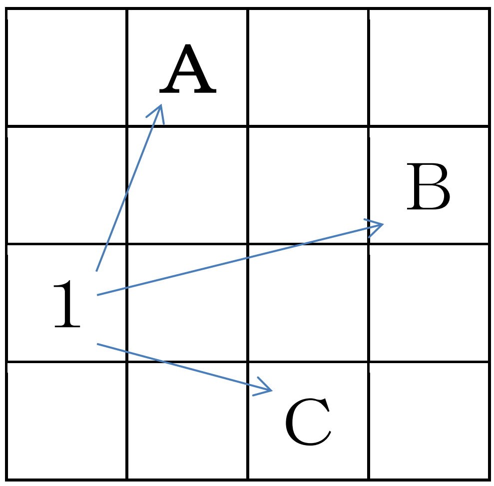
N×N マス(N は偶数)において閉路が存在すると仮定する。

2N×2N のナイトツアーにおける解の求め方を示す。



上の図において①からナイトツアーを始めるものとする。
仮定より①→2→・・・→N²というように閉路のナイトツアーが可能である。
また，さらにそこから上の図のように N²→1 というように進み，そこからナイトツアーを行っていく。
すると上の図のように 2N×2N におけるナイトツアーが可能である。
しかし，この求め方には問題点も見つかった。





上の図の○の部分において必ずしもこの図の通りになるとは限らないからである。

上の図は○の部分に注目したものである。
N×N マスで閉路が存在するという仮定より A,B,C のうちそれかが 1 の次に行くマスでありどれかが終点である。

もし，C に終点が来た場合は上で示した解法のように求めることができる。

しかし，もし A,B に終点が来た場合，次のマスに移動することができなくなる。よってこの解法ではすべての閉路が存在するナイトツアーにおいて成り立つことは言えない。

2, 結果　考察

4×4 マス以降のマスでは少なくとも 1 つはナイトツアーができるものが見つかったのでやはり，4×4 マス以上のマスではナイトツアーが可能ではないかと思った。
また，アプリケーションで閉路の存在を調べたら 6×6 マスから 400×400 マスまでの偶数マスでは見つかったことが確認できたので，6 以上の偶数マスでは必ず閉路が存在するのではないかと考えている。
限定的な解の求め方は見つかったが，問題点が見つかってしまったために帰納的に解を求めることができなかった。
今後この問題点を解決する方法を見つけていくとともに N×N マス全てでナイトツアーが可能かを調べていきたい。

3, 謝辞

岡山大学大学院　曽布川 拓也教授
香川大学教育学部教授　内藤 浩忠教授
津山工業高等専門学校　松田 修先生
以上の方々には助言をいただいたことに感謝を申し上げます。

4, 参考文献

パズルランド
http://www.ne.jp/asahi/suzuki/hp/main.htm
グラフ理論入門　p. 42 第 3 章　道と閉路
§ 6　オイラーグラフ
J. R. ウィルソン 著　西関隆夫　西関裕子　共訳