

## パスカルの三角形の取組

7月14日(火) 1時間目 9:45~10:35 (1組)  
7月23日(木) 2時間目 10:45~11:35 (6組)

対象生徒 高校1年1組(37名) 6組(38名)  
教科名・授業科目名 「数学A」  
取組タイトル 「パスカルの三角形」

### 【仮説】

第1章「場合の数と確率」の「道順の総数」については、組み合わせの考え方、同じものを含む順列の考え方を利用して求めてきた。ここでは、和の法則を利用して道順の総数を求める方法について調べる。

一方パスカルの三角形を紹介し、道順の総数と同じ表が現れることを発見させるとともに、道順の考えから Combination を利用した和の式とパスカルの三角形を結びつけさせる。さらに2の累乗の形になることを発見させ、数学の美しさを感じ取らせる。そして、数学Ⅱで履修する二項定理への興味・関心をつくり、数学の世界の広がりを感じ取らせる。

### 【研究内容・方法】

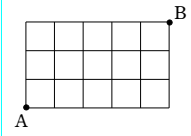
- ・プリントにしたがって、各自考えたり、生徒同士で相談したりする。  
黒板を利用して、導いた過程を発表をすることにより、相互に理解をする。
- ・パスカルの三角形を知る。
- ・一つの定理でも色々な観点から見ることができたり、色々な証明の方法があることを知る。

### 【教材プリント】

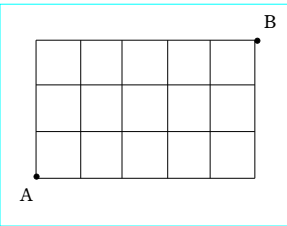
#### 高1 美しき数

##### 道順の総数と和の法則・パスカルの三角形

**1. 組み合わせの考え方**  
右の図のような道のある地域で、AからBまで遠回りをして行く最短の道順は、何通りあるか。



**2. 和の法則を利用して道順の総数を求めよう。**  
途中のRを通るには、その前の交差点PとQのどちらかを通ることになる。このことから  
Pまでの道順がa通り、Qまでの道順がb通りあれば、  
Rまでは( )通りある。  
このことを利用して、右のすべての交差点について、そこに至るまでの道順の総数を書き入れてみよう。



**3. Aを出発して6コマ進む道順の総数**  
1つ1つの道順は2つの矢印 → ↑ を並べた順列で表すことができる。  
そこで、Aを出発して6コマ進む道順の総数は、  
① 6コマとも→ ② 5コマが→コマが↑ ③ 4コマが→2コマが↑ ④ .....  
と表すことができる。

#### 4. 美しき数 パスカルの三角形

「1, 1」でスタートし、両端は「0」とみなし、隣り合った数を足して作っていく三角形。

1	=
1 + 1	=
1 + 2 + 1	=
1 + 3 + 3 + 1	=
+ + + +	=
+ + + + +	=
+ + + + + +	=
+ + + + + + +	=

この規則性を下の関係式から説明してみましょう。?  
$${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r =$$

また、それぞれの段の値の結果を見ると何か法則が見えますね。

**5.**  ${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 + {}_6C_6 =$

**6. 3の考え方と5の式を関連づけてみましょう。**

#### 7. パスカルの三角形から二項定理へ

【評価】 評価方法 答案・発表・アンケート

(1) 生徒のアンケート

以下は、平成27年度高1探究クラス（75名）に行ったアンケートの結果である。

質問内容は、以下の通り。

『道順の総数とパスカルの三角形』の演習を振り返って、以下の項目の当てはまるものに○をしてください。

Q1. 自力で解けましたか？

- 1 ⇒ 解けた ・ 式は立てたけど計算ミスをした ・ 解けなかった
- 2 ⇒ 書けた ・ できなかった
- 3 ⇒ 書けた ・ できなかった
- 4 ⇒ 書けた ・ できなかった

定理を⇒覚えていた・見たことがある定理と思ったができなかった・分からなかった  
各段の値について法則が ⇒ 気が付いた ・ 気が付かなかった

- 5 ⇒ 書けた ・ できなかった
- 6 ⇒ 関連性が分かった ・ 分からなかった

Q2. 解説が分かりましたか？

- 1 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった
- 2 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった
- 3 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった
- 4 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった
- 5 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった
- 6 ⇒ 分かった・一部分からなかった・殆ど分からなかった・全く分からなかった

Q3. ひとつの定理や法則を色々な方向から考えることについて以前より興味または関心を持ちましたか。

- 持った ・ 持たない

Q4. 新たな定義で数学の世界が広がるのが理解できましたか

- できた ・ できない

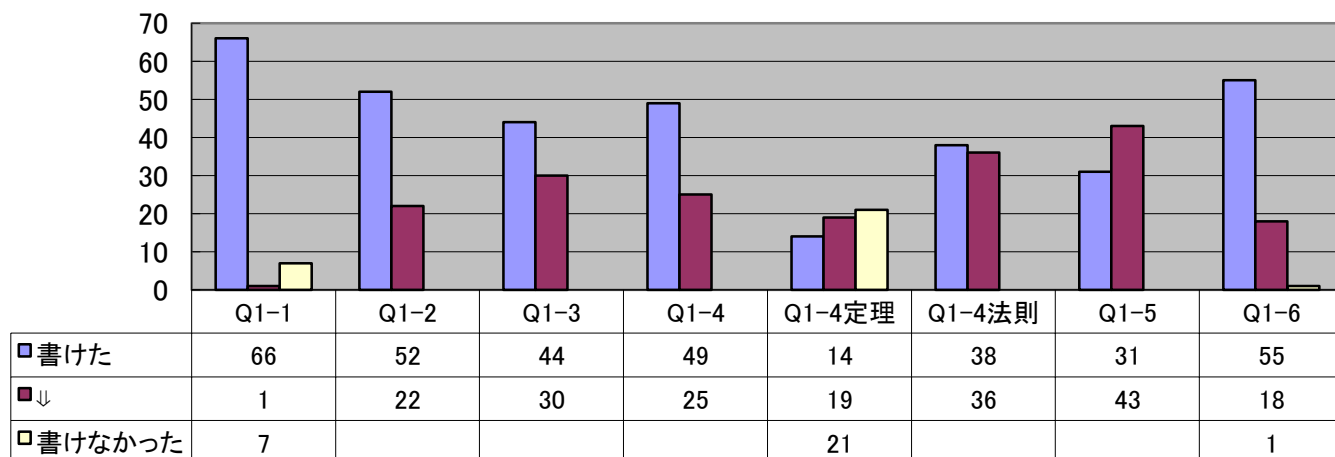
Q5. 数学Ⅱで習うパスカルの三角形と二項定理が楽しみになりましたか。

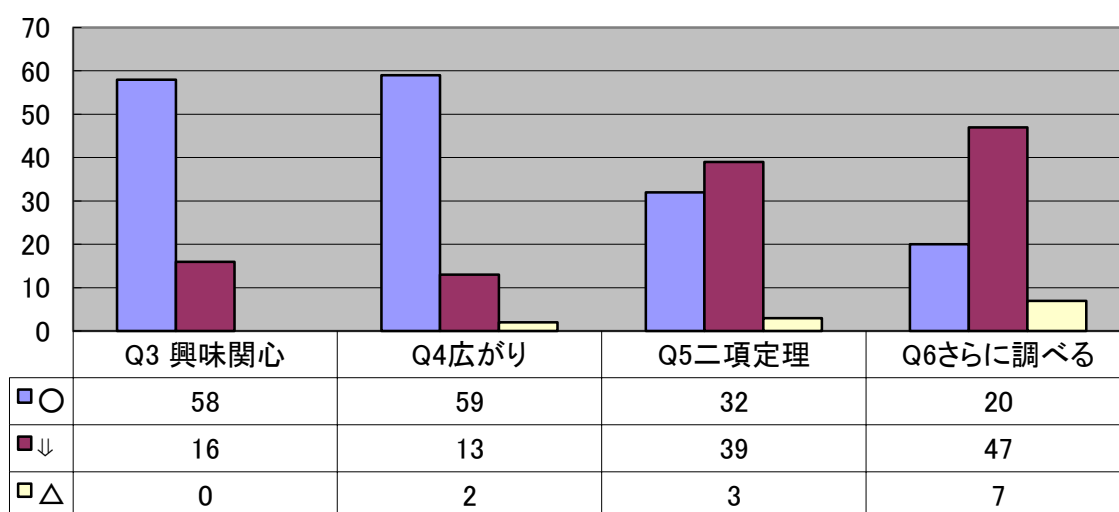
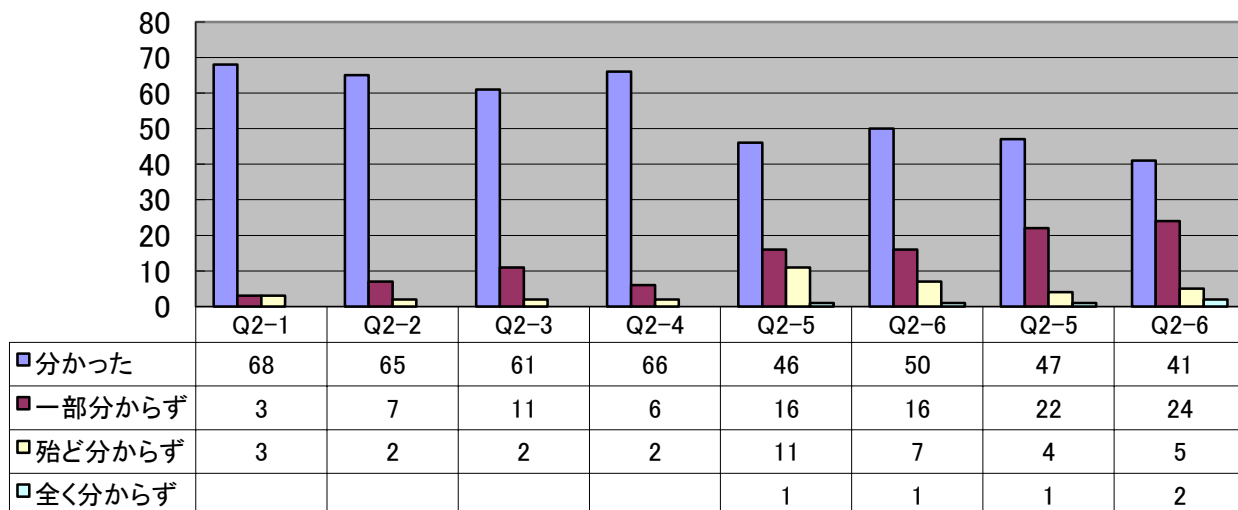
- なった ・ あまり ・ 全く

Q6. 数の美しさについて、他の事象でも調べてみたいと思いましたか。

- 思った ・ 積極的ではないが少し ・ 全く

Q7. 感想を書いて下さい。





## (2) 生徒の感想

- ・ 一見違うような問題でも、同じ法則があると分かり驚いた。
- ・ 数学がとても美しいことが分かった。更に理解を深めたい。
- ・ 色々な関連性を知ることができた。
- ・ 関連性が分かったときは楽しかった。驚いた。
- ・ 小学校ではこの問題を解くだけで終わったけど、詳しく習うとこんなにも複雑なのかが分かった。
- ・ 題の通り美しい数学についてよく分かり、数学への興味が広がりました。機会があれば他のものも調べてみたいです。
- ・ パスカルの三角形が面白かった。2
- ・ 新しい発見ができて面白かった。
- ・ 難し面白い。
- ・ 面白かった。2
- ・ この問題の結果に感動した。
- ・ すっきりするやり方だったので納得できた。気持ちよかった。
- ・ 規則の問題は楽しくできた。
- ・ 色々定理・法則があつてすごいと思った。
- ・ 基礎が抜けてしまっていると感じた。積極性を持って考えたい。

- ・色々関連性があることに気付いて面白かった。
- ・知っているものが多かった。
- ・三角形に数字を書き込むのは面白かった。
- ・数学は苦手だが、法則を見つけるのは楽しいと思った。
- ・できるようになったらすごく楽しそうだけど、自力でできないから悔しい。解説聞くと少し分かった。
- ・結構色々な繋がりがあると思った。
- ・2つの事柄の関連性について気づくことができるとても分かりやすかった。もう少し深く考えてみたいと思った。
- ・全く違うものに見えても実は何らかの共通点があることが分かった。
- ・数Ⅱはもっと難しいイメージがあったが、パスカルの三角形は思ったよりも簡単だったので、今までの基礎を定着させて、数Ⅱを勉強したい。
- ・数学の奥深さがよく分かった。
- ・パスカルの三角形というものを知ることができてよい経験になった。
- ・二項定理が難しそうだけど楽しみです。
- ・二項定理の元をきいて、すごいと思った。
- ・1つの問題に対して様々な考え方が面白かった。
- ・パスカルの三角形を回すと2の冪になるのは驚いた。楽しかった。
- ・数学の見方が変わった。
- ・時間があっという間に経ち感動しました。美しさに気付ける位、数学ができるようになりたい。
- ・関係なさそうな部分でも、同じパスカルの三角形が成り立っていることに驚いた。深いなと思った。

### (3) 担当者より

一つの定理でも、いくつかの方面から証明することができ、色々な見方ができる、分野を越えた関連性を感じ取らせることができた。また、数学の美しさに触れることができ、数学の広がりを感じ取らせることができた。数学Ⅱで学習する内容にも触れ意識を高めて学習する手立てとなった。さらに、数学の美しさ・関連性について、他の事象でも調べてみたいという感想も多くあった。

今後の学習の中でも、数学の美しさ・関連性について触れていきたい。